CBS-CR の構造と運動方程式

S. Suzuki

2021 年 2 月 1 日

1. はじめに

CBS-CR は、多自由度バスレフの一形態として提案した方式で、奥行きが浅く、幅と高さが大きい方形の筐体をマス目に区切ることにより複数の空気室を平面上に配置しやすい方式である。
空気室の形状を奥行きの等しい直方体としたときに、四面が他の空気室と接するようにすれば、四本のダクトにより空気室同士を炭素の共有結合のように接続できるので、CBS-CR(Carbon Bond Structured Cavity Resonator)と命名したものである。
CBS-CR の方式による作例はすくないが、同じサイズで作成した標準型の MCAP-CR よりもローエンドが延びて聴感上好ましい結果を得たので、シミュレータを作成し、設計を支援できるようにした。

2. CBS-CR の構造

CBS-CR の典型的な構造は、図 1a～図 1c の 3 種類である。原理的には無限に拡張できるが、これらの典型例を超えても実用的ではないので下記 3 種類に限定する。

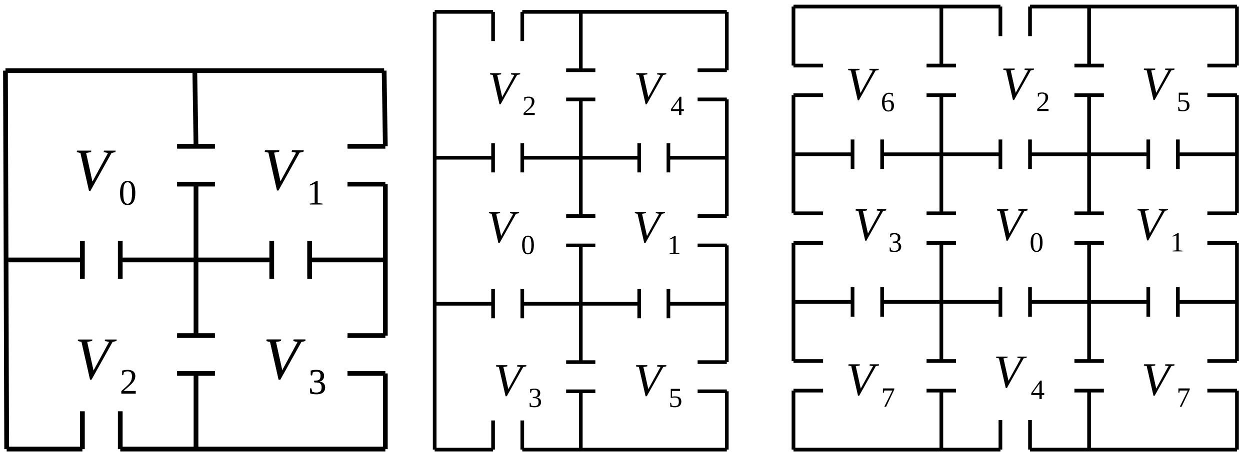

図 1a. Type CQ　　図 1b. Type CH　　図 1c. Type CS

図 1 の V_0 は、スピーカーユニットを取り付ける空気室でありその他の部屋が副空気室である。
隣り合った空気室は相互にダクトで連結され、副空気室はダクトを通して外気に接続される。
空気室は空気ばねとして作用し、ダクトは、中の空気が一体となって質量として、ばね–質量の振動系を構成する。
表 1 に上記の構造についてまとめる。

表 1　CBS-CR の構造的特徴

	Type CQ	Type CH	Type CS
主空気室の数	1	1	1
空気室の数	4	6	9
内部ダクトの数	4	7	12
大気開放ダクトの数	3	5	8
振動の最大自由度	9	13	21

CBS-CR は、標準型 MCAP-CR よりも複雑な構造であるため、振動の自由度が大きく連立する運動方程式の数が多い。

3. CBS-CR の運動方程式

CBS-CR の運動方程式の求め方は、標準型 MCAP-CR と同様で、空気室の振動板面積に対する各空気室のばね定数を求め、すべてのダクトの面積が振動板面積と等しいとしたときの剛性行列（以下標準剛性行列）を作成し、標準剛性行列に、各ダクトの振動板面積に対する割合を表す行列を右と左から掛けて、実際の剛性行列を作成する。
以上の一連の数式は下記のとおりである。

3.1　一般の運動方程式

$$\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{x}}+\boldsymbol{C}\dot{\boldsymbol{x}}+\boldsymbol{K}\boldsymbol{x}=\boldsymbol{f}$$

但し、

$\boldsymbol{M}$　質量行列
$\boldsymbol{C}$　抵抗係数行列
$\boldsymbol{K}$　剛性行列
$\boldsymbol{x}$　変位ベクトル（上の・は 1 階時間微分を表し、上の・・は 2 階時間微分を表す）
$\boldsymbol{f}$　外力（駆動力）ベクトル

質点の質量

$$m_j=\rho a_j l_j$$

但し、

ρ　空気の密度[kg/m^3]
a_j　各ダクトの断面積[m^3]
l_j　各ダクトの長さ[m]

各空気室の標準剛性

$$k_j=\frac{\gamma a_0^2 p_0}{V_j}$$

但し、

γ　空気の比熱比(= $\dfrac{C_p}{C_v}$)
a_0　振動板の面積（リファレンス値）[m^2]
p_0　大気圧(=101.3[kPa])

ダクトの面積比と面積比行列

$$r_j=\frac{a_j}{a_0}$$

$$\boldsymbol{R}=\left(\delta_{ij} r_j\right)$$

剛性行列

$$\boldsymbol{K}=\boldsymbol{R}\hat{\boldsymbol{K}}\boldsymbol{R}$$

但し、

$\hat{\boldsymbol{K}}$　標準剛性行列

標準剛性行列を求めることにより運動方程式が確定する。

3.2　標準剛性行列

標準剛性行列は、Type CQ, CH, CS についてそれぞれ求める。詳細は、Appendix-1 に記す。

以上

Appendix -1 Standard Stiffness Matrices of CBS-CR Types CQ, CH and CS

Here are standard stiffness matrices of CBS-CR Types C, B and A. Blank cells mean zero.

Type CQ Standard Stiffness Matrix

	0	1	2	3	4	5	6	7
0	k_u+k_0	k_0	k_0					
1	k_0	k_0+k_1	k_0	$-k_1$		$-k_1$		
2	k_0	k_0	k_0+k_2		$-k_2$		$-k_2$	
3		$-k_1$		k_1+k_3	k_3	k_1		$-k_3$
4			$-k_2$	k_3	k_2+k_3		k_2	$-k_3$
5		$-k_1$		k_1		k_1		
6			$-k_2$		k_2		k_2	
7				$-k_3$	$-k_3$			k_3

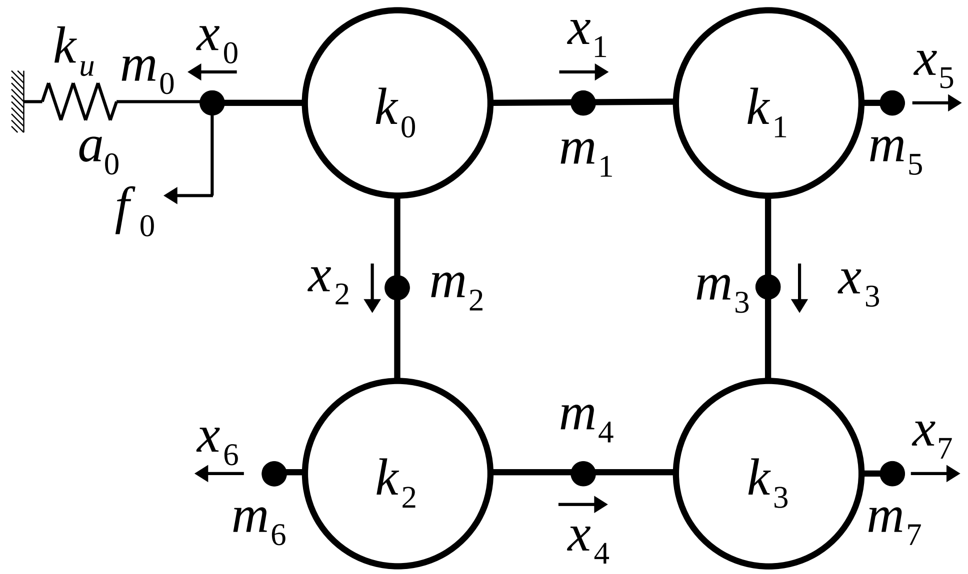

Fig. A-1 Numbering Rule of Type CQ

Type CH Standard Stiffness Matrix

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0	k_u+k_0	k_0	k_0	k_0									
1	k_0	k_0+k_1	k_0	k_0	$-k_1$	$-k_1$			$-k_1$				
2	k_0	k_0	k_0+k_2	k_0			$-k_2$			$-k_2$			
3	k_0	k_0	k_0	k_0+k_3				$-k_3$			$-k_3$		
4		$-k_1$			k_1+k_4	k_1	k_4		k_1			$-k_4$	
5		$-k_1$			k_1	k_1+k_5		k_5	k_1				$-k_5$
6			$-k_2$		k_4		k_2+k_4			k_2		$-k_4$	
7				$-k_3$		k_5		k_3+k_5			k_3		$-k_5$
8		$-k_1$			k_1	k_1			k_1				
9			$-k_2$				k_2			k_2			
10				$-k_3$				k_3			k_3		
11					$-k_4$		$-k_4$					k_4	
12						$-k_5$		$-k_5$					k_5

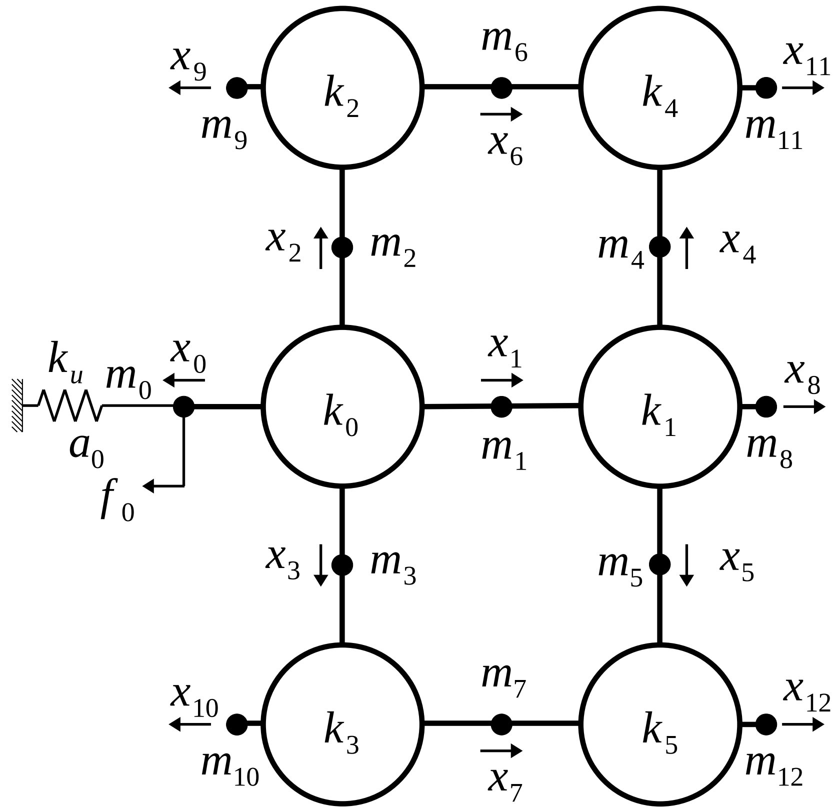

Fig.A-2 Numbering Rule of Type CH

Type CS Standard Stiffness Matrix

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
0	k_u+k_0	k_0	k_0	k_0	k_0																
1	k_0	k_0+k_1	k_0	k_0	k_0	$-k_1$	$-k_1$							$-k_1$							
2	k_0	k_0	k_0+k_2	k_0	k_0			$-k_2$	$-k_2$						$-k_2$						
3	k_0	k_0	k_0	k_0+k_3	k_0					$-k_3$	$-k_3$					$-k_3$					
4	k_0	k_0	k_0	k_0	k_0+k_4							$-k_4$	$-k_4$				$-k_4$				
5		$-k_1$				k_1+k_5	k_1	k_5						k_1				$-k_5$			
6		$-k_1$				k_1	k_1+k_8						k_8	k_1							$-k_8$
7			$-k_2$			k_5		k_2+k_5	k_2						k_2			$-k_5$			
8			$-k_2$					k_2	k_2+k_6	k_6					k_2				$-k_6$		
9				$-k_3$					k_6	k_3+k_6	k_3					k_3			$-k_6$		
10				$-k_3$						k_3	k_3+k_7	k_7				k_3				$-k_7$	
11					$-k_4$						k_7	k_4+k_7	k_4				k_4			$-k_7$	
12					$-k_4$		k_8					k_4	k_4+k_8				k_4				$-k_8$
13		$-k_1$				k_1	k_1							k_1							
14			$-k_2$					k_2	k_2						k_2						
15				$-k_3$						k_3	k_3					k_3					
16					$-k_4$							k_4	k_4				k_4				
17						$-k_5$		$-k_5$										k_5			
18									$-k_6$	$-k_6$									k_6		
19											$-k_7$	$-k_7$								k_7	
20							$-k_8$						$-k_8$								k_8

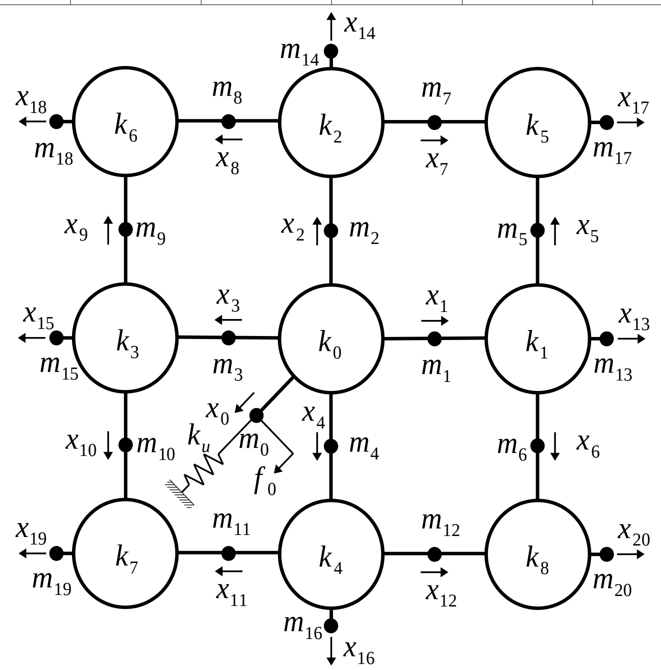

Fig.A-3 Numbering Rule of Type CS