

バスレフシステム についての研究報告 (1)

手作りアンプの会
第 103 回三土会にて

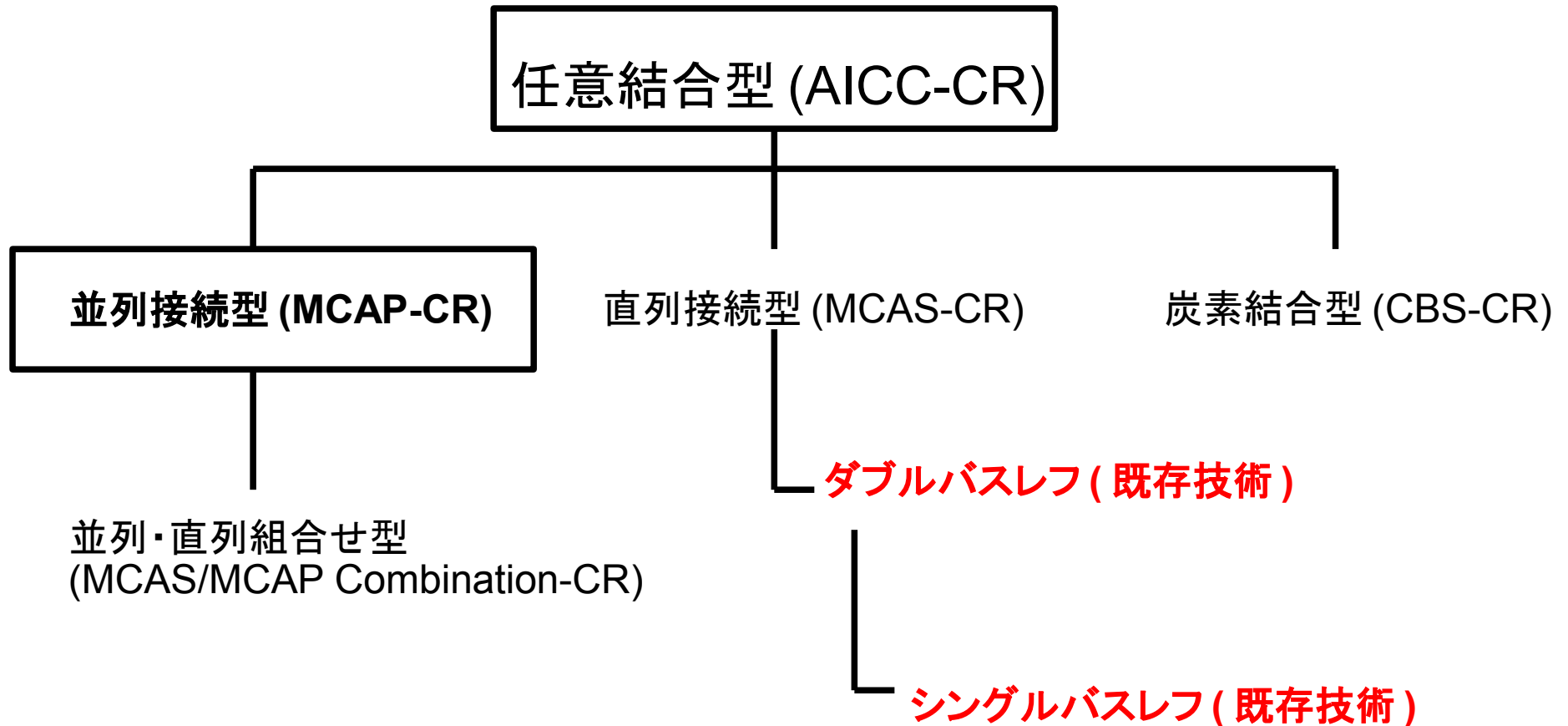
バスレフ型とは (1)

- スピーカーシステムの箱のなかで最も多く利用されている方式。
- Helmholtz の共鳴箱 (Helmholtz's Resonator または Cavity Resonator) をスピーカーキャビネットにした方式 → 一般的な定義
- 日本語名位相反転型。共振周波数以上の周波数 (上限は不明) ではダクトの振動の位相が振動板背面の位相と逆相になり、振動板正面の位相と同相になることから命名された。→ 一般的な定義 (この定義は誤りであるという意見もある)
- 空気室をばね、ダクト内の空気を質点とした振動系で構成される構造のスピーカー箱 → 鈴木が拡張した定義
- バスレフ共振は、気柱共振とは異なる。気柱共振は、気柱内の連続弾性体としての空気の粗密により共鳴するのに対し、バスレフ共振では、ダクト内の空気塊をひとつの、質点として扱う。バスレフダクトをあまり長くしてしまうと、質点としての前提が崩れ気柱共振になってしまう。

バスレフ型とは (2)

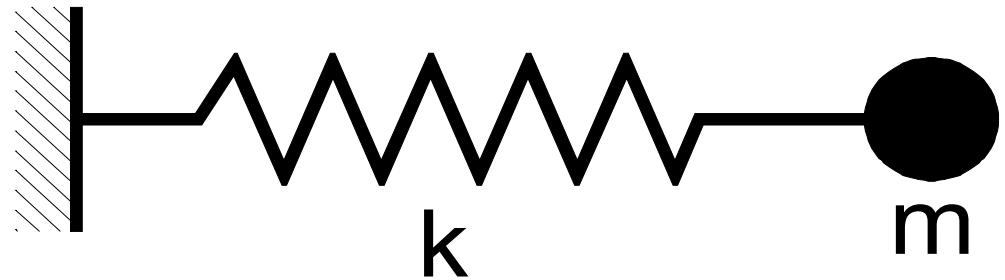
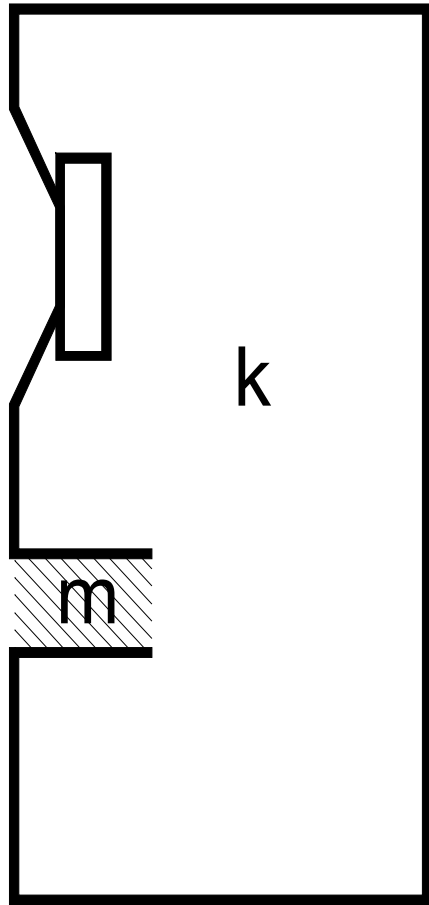
- チャンバーとダクトによる周波数分離効果がある（後述）。
- 気体の状態方程式から共振周波数を計算する。
 - 断熱条件 → 通説
 - 等温条件 → 鈴木説
 - 一般的な公式は、等温条件に近い（長岡が使用した式など）
- 一般的な方式だが十分理解されていない（鈴木意見）。
- シングルバスレフでさえ設計法が確立されていない（鈴木意見）。
- 2自由度型（ダブルバスレフ）までは、ある程度実用化されているが、設計・計算が困難とされてきた。
 - ダブルバスレフの発明者は？。長岡式計算法は出典不明。長岡式設計法は誤りとも云われている（長岡式のサブチャンバーは大き過ぎるという意見もある）。 → 個々の設計の良否はともかく基本的には正しいと思う（鈴木意見）。
- 自由度は無限に拡張可能だが研究されていない（鈴木意見）。

多自由度バスレフシステムの分類



赤字以外は全て鈴木の名義による
バスレフシステムには様々な種類がある・・・ただ実用化されていなかっただけ

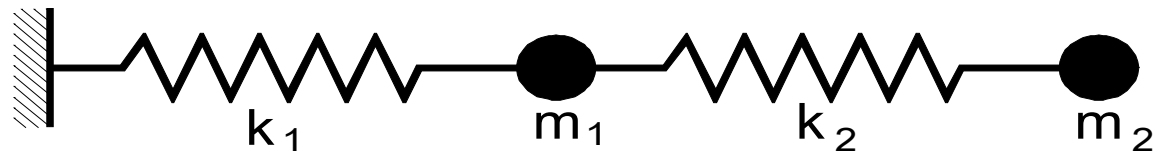
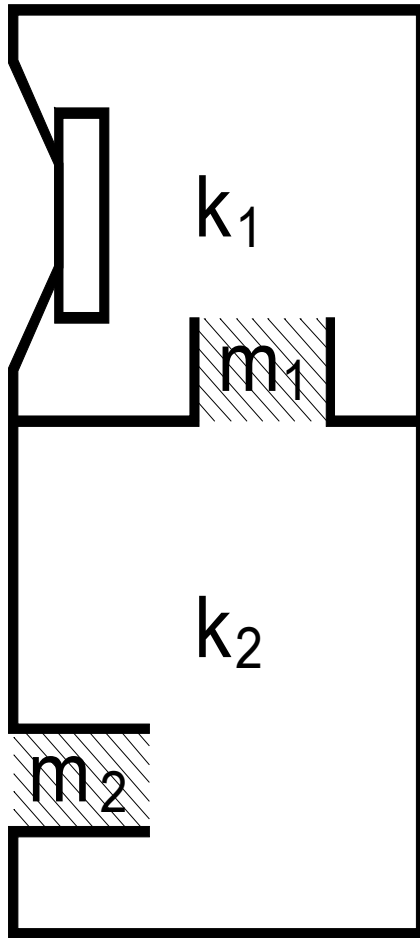
1 自由度型バスレフシステム



$$f_D = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

実際には、スピーカーユニット振動板の実効質量を加えて2自由度になる。

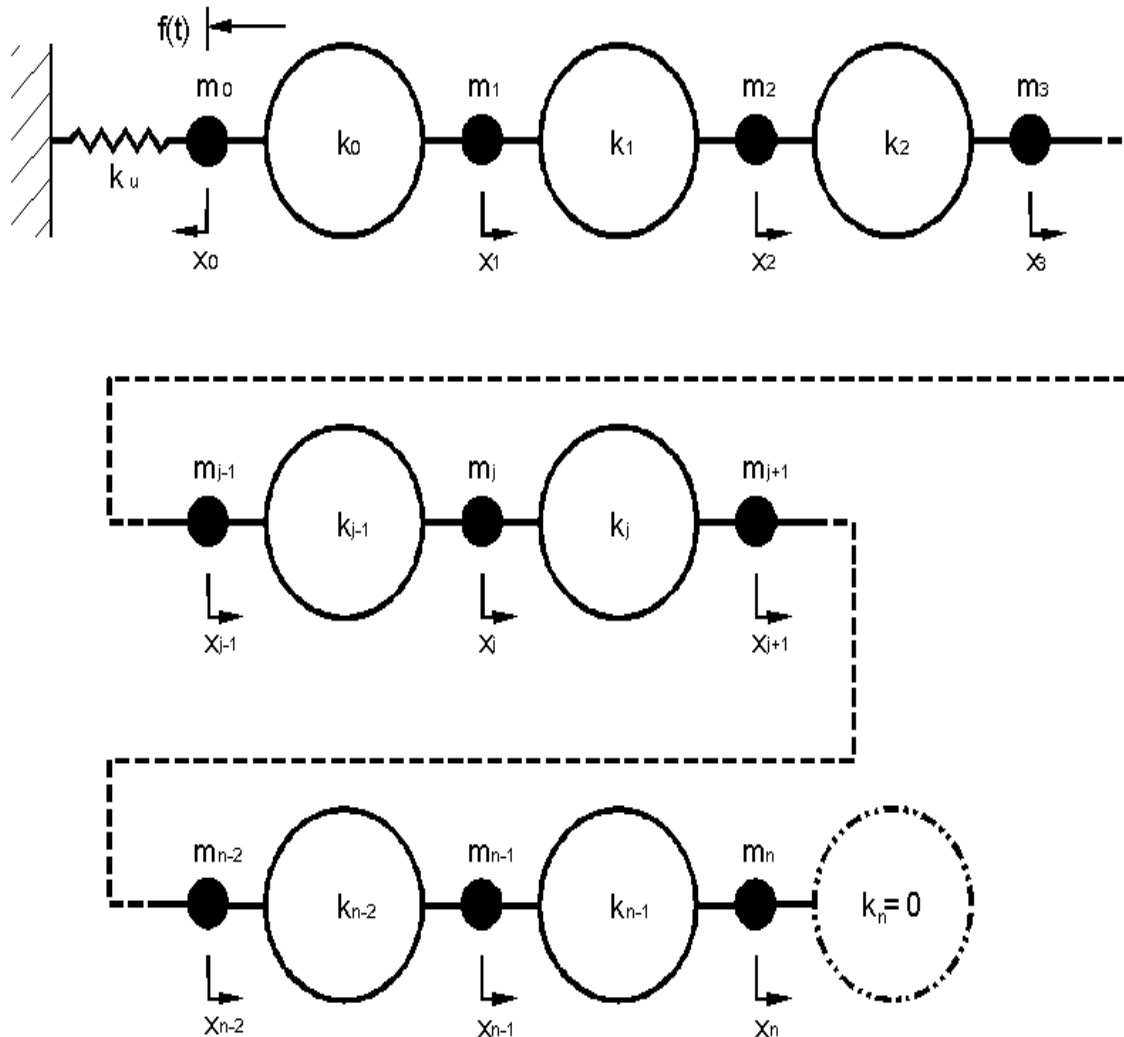
2 自由度バスレフシステム



実際には振動板の実効質量を加えて 3 自由度になる
(MCAS-CR 参照)

$$f_D = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_{11}m_2 + k_{22}m_1 \pm \sqrt{(k_{11}m_2 + k_{22}m_1)^2 - 4m_1m_2(k_{11}k_{22} - k_{12}k_{21})}}{2m_1m_2}}$$

3 自由度以上のバスレフシステム 直列型 (MCAS-CR)

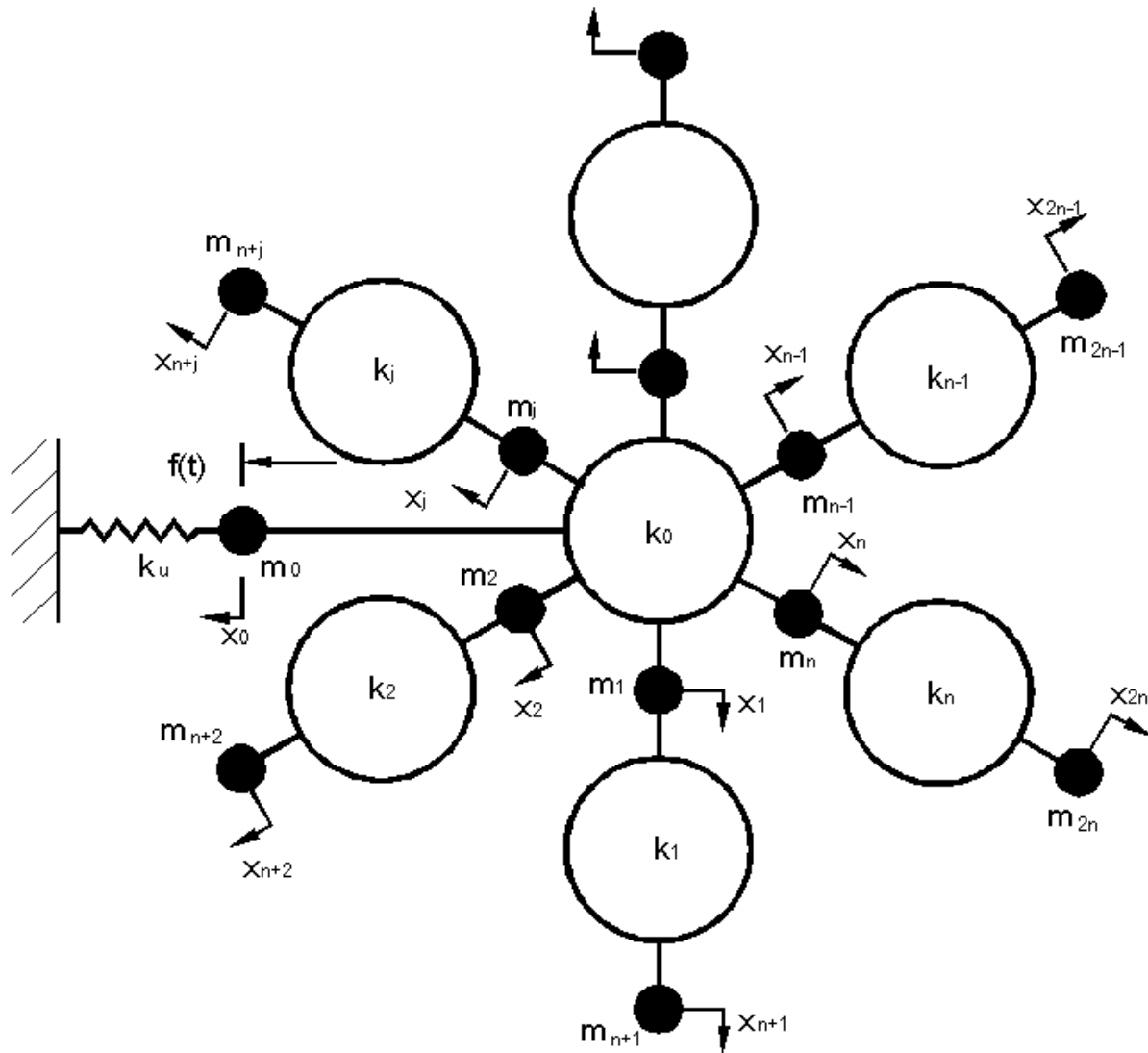


Equation of Motion

$$\begin{cases} m_0 \ddot{x}_0 + (k_u + k_0)x_0 + k_0 r_1 x_1 = f(t) \\ m_1 \ddot{x}_1 + k_0 r_1 x_0 + (k_0 + k_1) r_1^2 x_1 - k_1 r_1 r_2 x_2 = 0 \\ m_2 \ddot{x}_2 - k_1 r_1 r_2 x_1 + (k_1 + k_2) r_2^2 x_2 - k_2 r_2 r_3 x_3 = 0 \\ \dots \\ m_j \ddot{x}_j - k_{j-1} r_{j-1} x_{j-1} + (k_{j-1} + k_j) r_j^2 x_j - k_j r_j r_{j+1} x_{j+1} = 0 \\ \dots \\ m_{n-1} \ddot{x}_{n-1} - k_{n-2} r_{n-2} x_{n-2} + (k_{n-2} + k_{n-1}) r_{n-1}^2 x_{n-1} - k_{n-1} r_{n-1} r_n x_n = 0 \\ m_n \ddot{x}_n - k_{n-1} r_{n-1} r_n x_{n-1} + (k_{n-1} + k_n) r_n^2 x_n = 0 \end{cases}$$

Multiple-Chamber Aligned in Series

3 自由度以上のバブルシステム 並列型 (MCAP-CR)

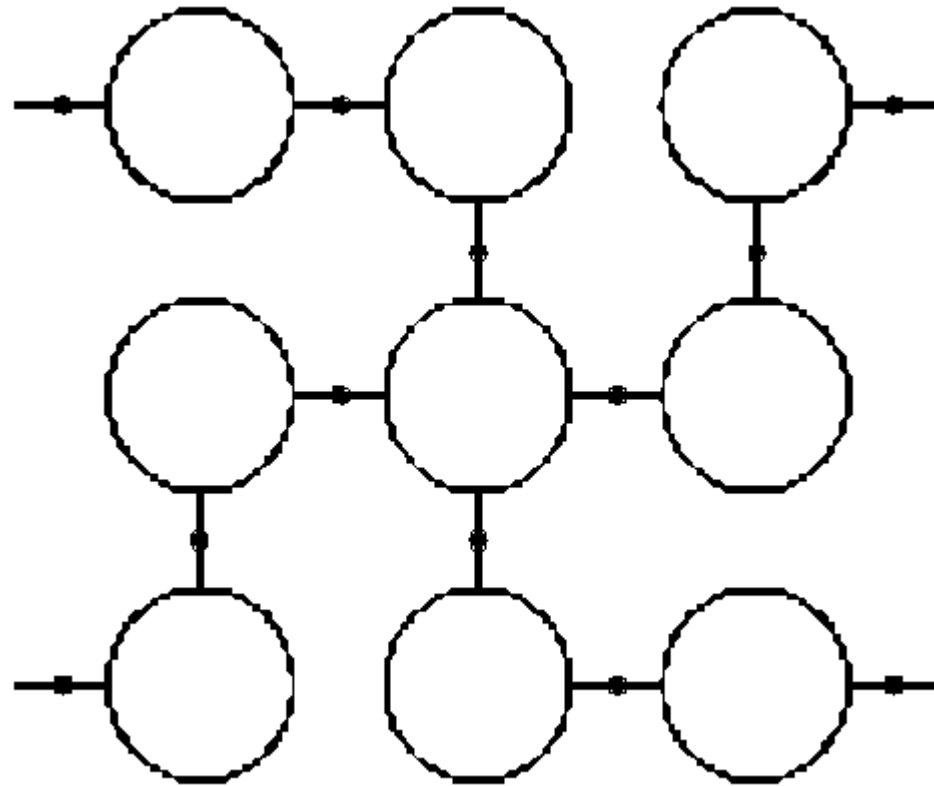


Equation of Motion

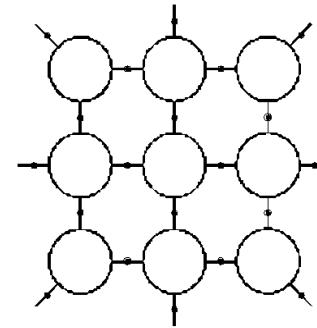
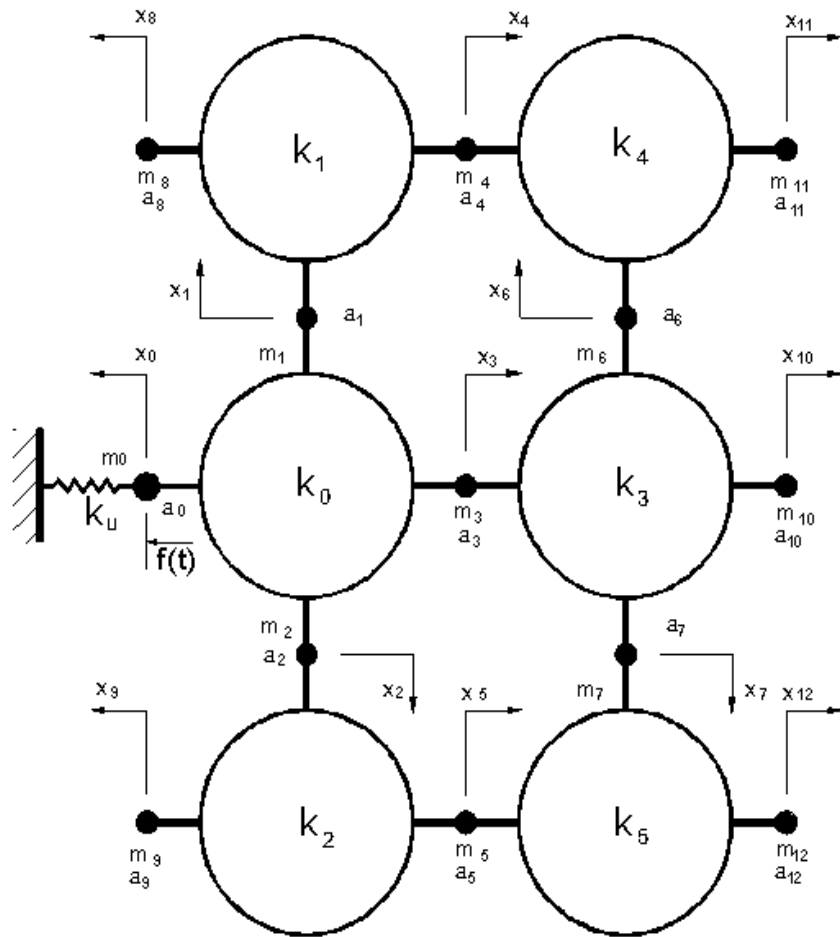
$$\begin{cases} m_0 \frac{d^2 x_0}{dt^2} + (k_u + k_0 r_0^2) x_0 + k_0 \sum_{i=1}^N r_i r_i x_i = f(t) \\ m_j \frac{d^2 x_j}{dt^2} + k_0 r_j \sum_{i=0}^N r_i x_i + k_j r_j (r_j x_j - r_{j+N} x_{j+N}) = 0 \\ m_{j+N} \frac{d^2 x_{j+N}}{dt^2} - k_j r_{j+N} (r_j x_j - r_{j+N} x_{j+N}) = 0 \end{cases}$$

Multiple-Chamber Aligned in Parallel

3 自由度以上のバスレフシステム 並列・直列組合せ型



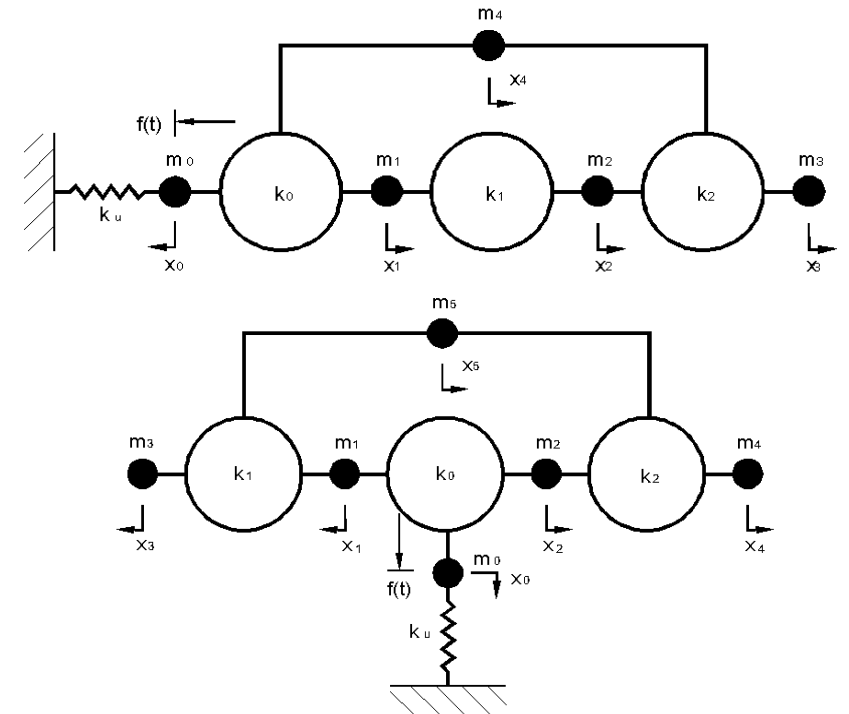
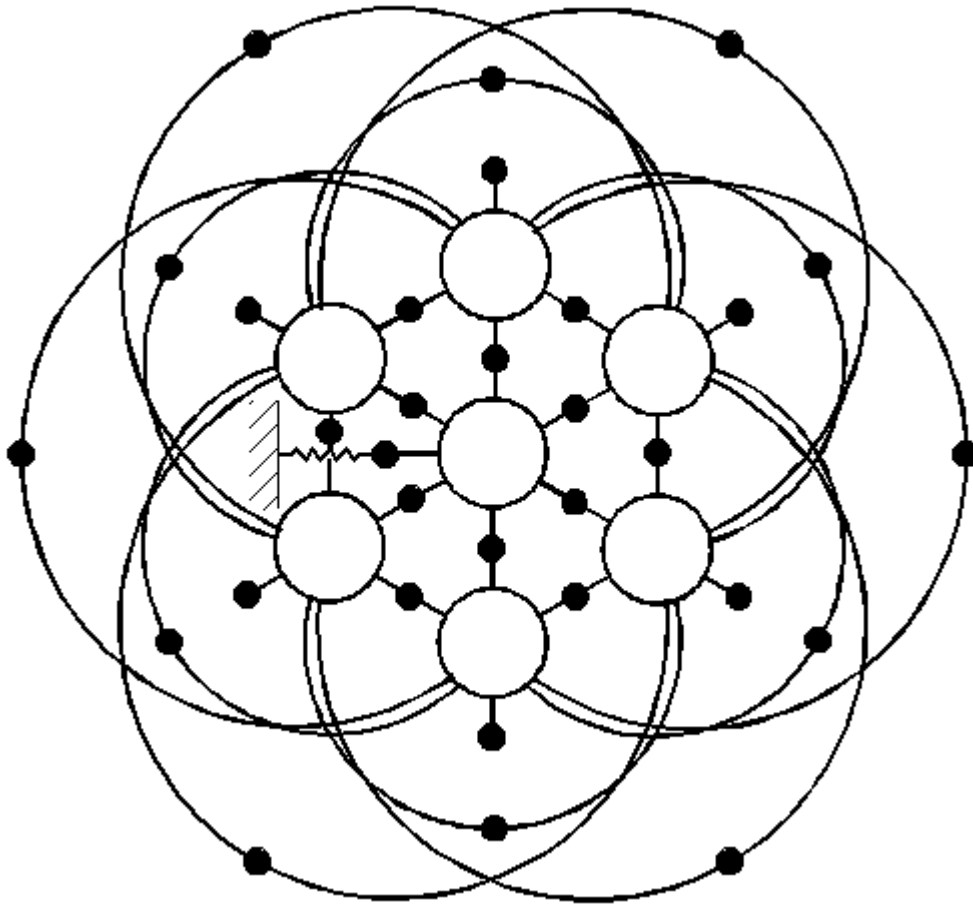
3 自由度以上のバスレフシステム 炭素結合型 (CBS-CR)



$$\begin{cases}
 m_0 \ddot{x}_0 + (k_u + k_0 r_0^2) x_0 + k_0 r_0 (r_1 x_1 + r_2 x_2 + r_3 x_3) = f(t) \\
 m_1 \ddot{x}_1 + k_0 r_1 (r_0 x_0 + r_1 x_1 + r_2 x_2 + r_3 x_3) + k_1 r_1 (r_1 x_1 - r_4 x_4 - r_8 x_8) = 0 \\
 m_2 \ddot{x}_2 + k_0 r_2 (r_0 x_0 + r_1 x_1 + r_2 x_2 + r_3 x_3) + k_2 r_2 (r_2 x_2 - r_5 x_5 - r_9 x_9) = 0 \\
 m_3 \ddot{x}_3 + k_0 r_3 (r_0 x_0 + r_1 x_1 + r_2 x_2 + r_3 x_3) + k_3 r_3 (r_3 x_3 - r_6 x_6 - r_7 x_7 - r_{10} x_{10}) = 0 \\
 m_4 \ddot{x}_4 + k_1 r_4 (-r_1 x_1 + r_4 x_4 + r_8 x_8) + k_4 r_4 (r_4 x_4 + r_6 x_6 - r_{11} x_{11}) = 0 \\
 m_5 \ddot{x}_5 + k_2 r_5 (-r_2 x_2 + r_5 x_5 + r_9 x_9) + k_5 r_5 (r_5 x_5 + r_7 x_7 - r_{12} x_{12}) = 0 \\
 m_6 \ddot{x}_6 + k_3 r_6 (-r_3 x_3 + r_7 x_7 + r_{10} x_{10}) + k_4 r_6 (r_4 x_4 + r_6 x_6 - r_{11} x_{11}) = 0 \\
 m_7 \ddot{x}_7 + k_3 r_7 (-r_3 x_3 + r_6 x_6 + r_{10} x_{10}) + k_5 r_7 (r_5 x_5 + r_7 x_7 - r_{12} x_{12}) = 0 \\
 m_8 \ddot{x}_8 + k_1 r_8 (-r_1 x_1 + r_4 x_4 + r_8 x_8) = 0 \\
 m_9 \ddot{x}_9 + k_2 r_9 (-r_2 x_2 + r_5 x_5 + r_9 x_9) = 0 \\
 m_{10} \ddot{x}_{10} + k_3 r_{10} (-r_3 x_3 + r_6 x_6 + r_7 x_7 + r_{10} x_{10}) = 0 \\
 m_{11} \ddot{x}_{11} + k_4 r_{11} (-r_4 x_4 - r_6 x_6 + r_{11} x_{11}) = 0 \\
 m_{12} \ddot{x}_{12} + k_5 r_{12} (-r_5 x_5 - r_7 x_7 + r_{12} x_{12}) = 0
 \end{cases}$$

Carbon Bond Structured

3 自由度以上のバスレフシステム 一般型 (AICC-CR)



$$m_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} + k_0 r_1^2 x_1 + k_0 r_1 r_2 x_2 + k_0 r_1 r_0 x_0 - k_1 r_1 r_3 x_3 - k_1 r_1 r_5 x_5 = 0$$

$$m_2 \frac{d^2 x_2}{dt^2} + k_0 r_2^2 x_2 + k_0 r_2 r_1 x_1 + k_0 r_2 r_0 x_0 - k_2 r_2 r_4 x_4 + k_2 r_2 r_6 x_5 = 0$$

$$m_3 \frac{d^2 x_3}{dt^2} + k_1 r_3^2 x_3 + k_1 r_3 r_5 x_5 - k_1 r_1 r_3 x_1 = 0$$

$$m_4 \frac{d^2 x_4}{dt^2} + k_2 r_4^2 x_4 - k_2 r_5 r_4 x_5 - k_2 r_2 r_4 x_2 = 0$$

$$m_5 \frac{d^2 x_5}{dt^2} + (k_1 + k_2) r_5^2 x_5 + k_1 (r_3 r_3 x_3 - r_3 r_1 x_1) + k_2 (r_3 r_2 x_2 - r_3 r_4 x_4) = 0$$

$$m_0 \frac{d^2 x_0}{dt^2} - k_1 r_5 r_1 x_1 + k_2 r_5 r_2 x_2 + k_1 r_5 r_3 x_3 - k_2 r_5 r_4 x_4 + (k_1 + k_2) r_5^2 x_5 = 0$$

Arbitrary Inter-Chamber Connection

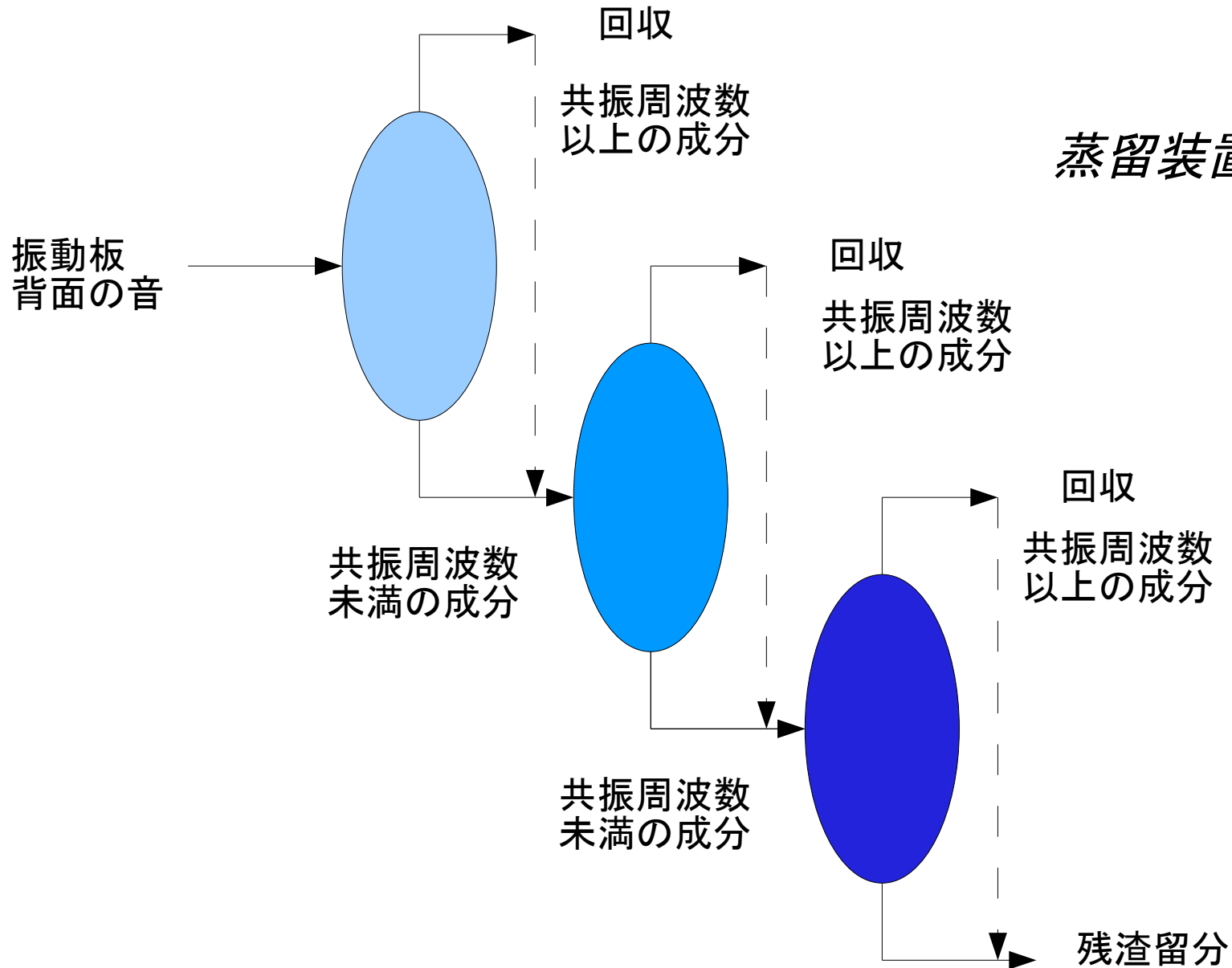
運動方程式の一般化が難しい

3 自由度型以上のバスレフシステム 検討結果まとめ

- 直列型 (MCAS-CR)、並列型 (MCAP-CR)、及びそれらの組合せ型は、一般式の構築が可能
- MCAS-CR は計算が最も容易だが、自由度の効率が悪い (空気室の数しか自由度が無い)。また、背面の音は複数の空気室とダクトを通過して出てくる
- MCAP-CR は、サブチャンバーの数の 2 倍の自由度がとれ効率的、かつ、設計の自由度が大きい
- MCAS/MCAP 以外の AICC-CR、CBS-CR は計算できないことはないが一般性がなく、また、運動方程式が美しくない
- ダブル以上のバスレフは、外側ダクトの共振周波数を内側のダクトの共振周波数より低く設定するのが良い (粗い濾過から徐々に細かく濾過するイメージ→次スライド参照)

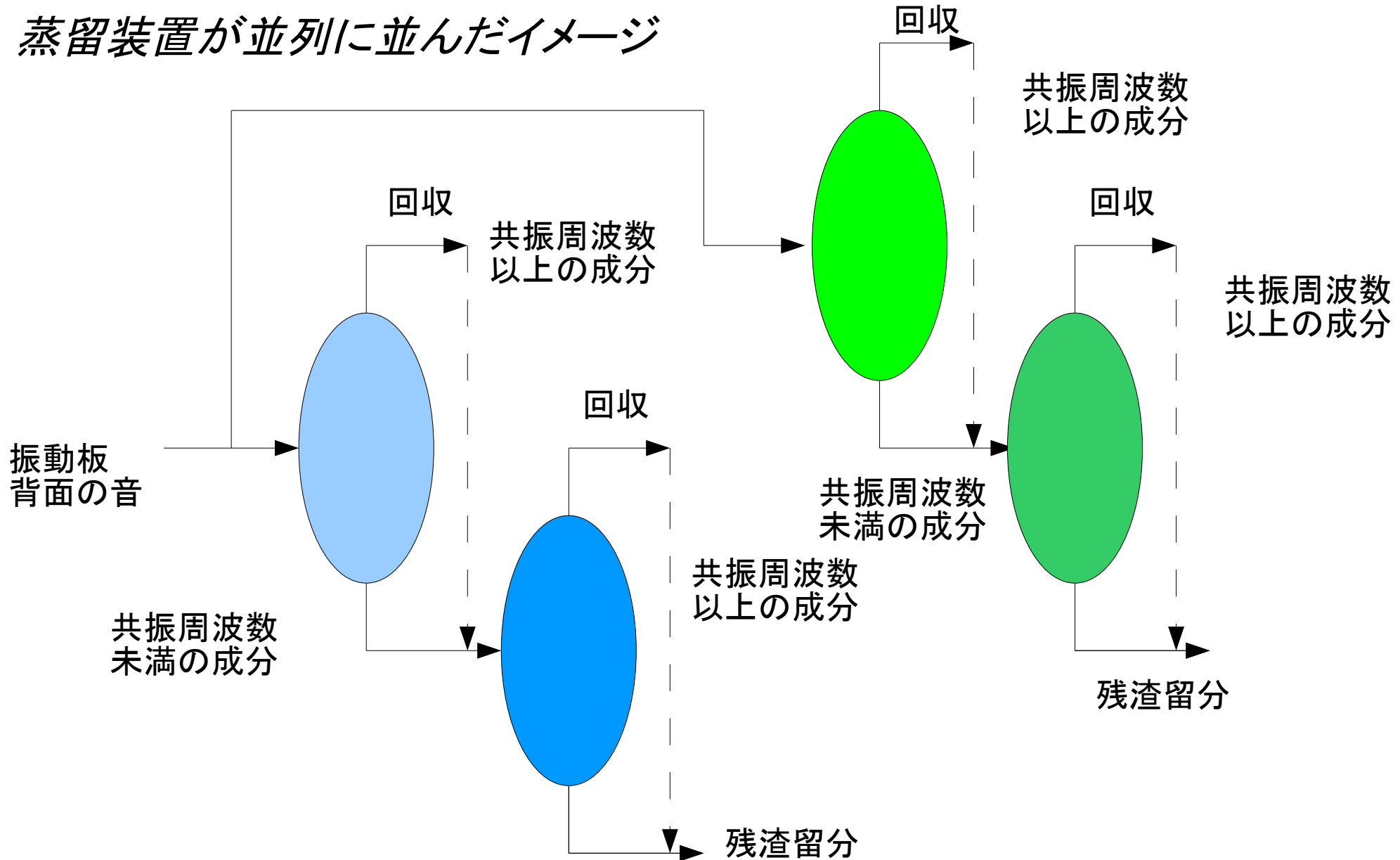
MCAS-CR のイメージ

蒸留装置のイメージ



MCAP-CR のイメージ

蒸留装置が並列に並んだイメージ

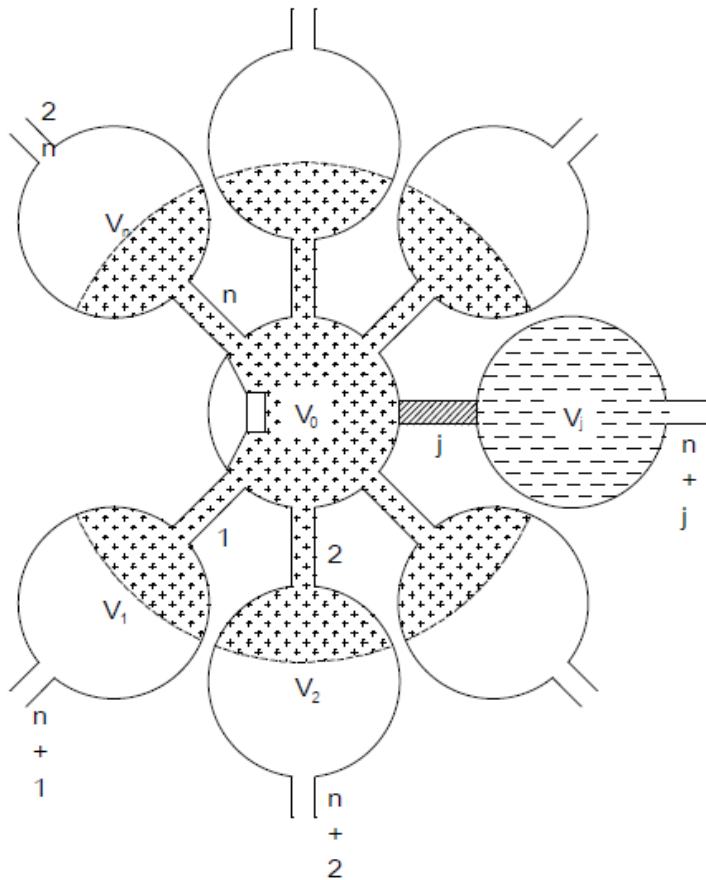


多自由度バスレフ共振周波数の解法

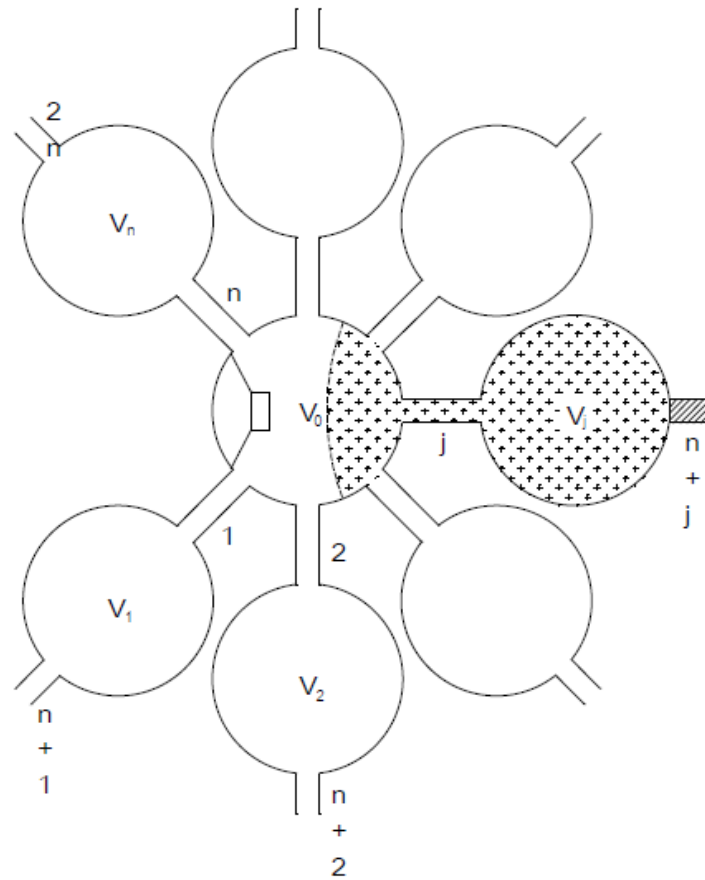
- 多自由度バスレフ型は、特性方程式を解き固有値を求めることにより共振周波数を計算する
- 特性方程式: $|K-\lambda M| = 0$ または $|M^{-1}K-\lambda I|=0$
- 自由度が大きくなると計算の困難さが増加する
 - $M^{-1}K$ は必ずしも対称行列ではない。
- 固有値の計算誤差は大きく、計算結果の検証は易しくない
- 最も簡単な方法: $f(\lambda) = |K-\lambda M|$ として順次計算する(厳密解ではないが実用的)
 - $f_j = 1/2 \pi * \lambda_j$

MCAP 型共振周波数の簡易計算法 (1)

内部ダクトの共振周波数



大気開放ダクトの共振周波数



- 主空気室の容量に隣り合わない副空気室の容量を加算する
- 隣り合う副空気室は容量を減じる方向に作用する

- 主空気室の容量の一部を該当する副空気室の容量に加算する

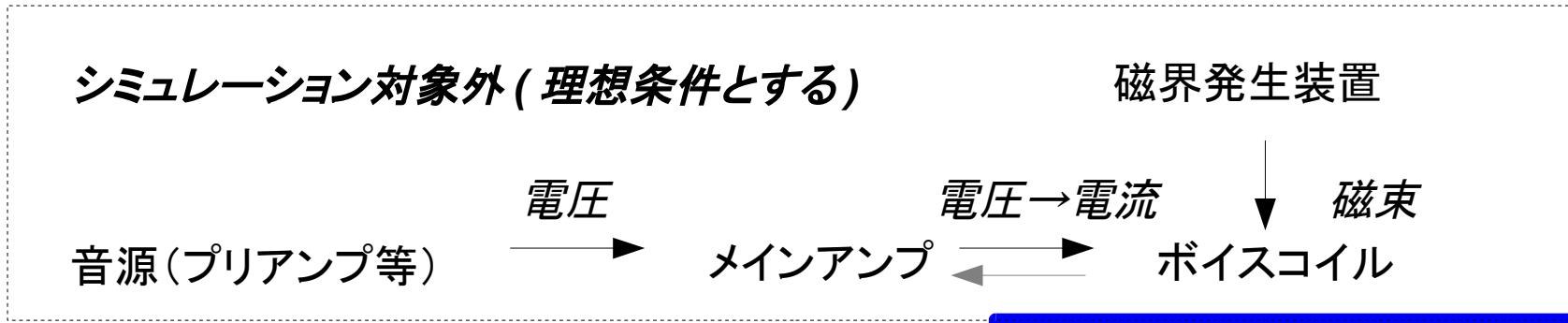
MCAP 型共振周波数の簡易計算法 (2)

Table-2 共振周波数の簡易計算法

	等価容積[m ³]	相当剛性[N/m]	質量[kg]	共振周波数[Hz]
内部ダクト j=1, ...,n	$\hat{V}_0 = V_0 + \sum_{i=0}^n \alpha_i V_i - V_j$ $\hat{V}_j = \frac{1}{\frac{1}{\hat{V}_0} + \frac{1}{V_j}}$	$\hat{k}_j^* = \frac{r_j^2 a_0^2 \gamma \cdot P}{\hat{V}_j}$	$m_j = \rho \cdot r_j a_0 l_j$	$\hat{f}_j = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\hat{k}_j^*}{m_j}}$
大気開放ダクト j=1, ...,n	$\hat{V}_j = V_j + \beta_j V_0$	$\hat{k}_{j+n}^* = \frac{r_{j+n}^2 a_0^2 \gamma \cdot P}{\hat{V}_j}$	$m_{j+n} = \rho \cdot r_{j+n} a_0 l_{j+n}$	$\hat{f}_{j+n} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\hat{k}_{j+n}^*}{m_{j+n}}}$

簡易計算は、各質点の連成を考慮しないモデルであり、厳密性には問題がある
簡易計算法及び計算シートはウェブに公開済み

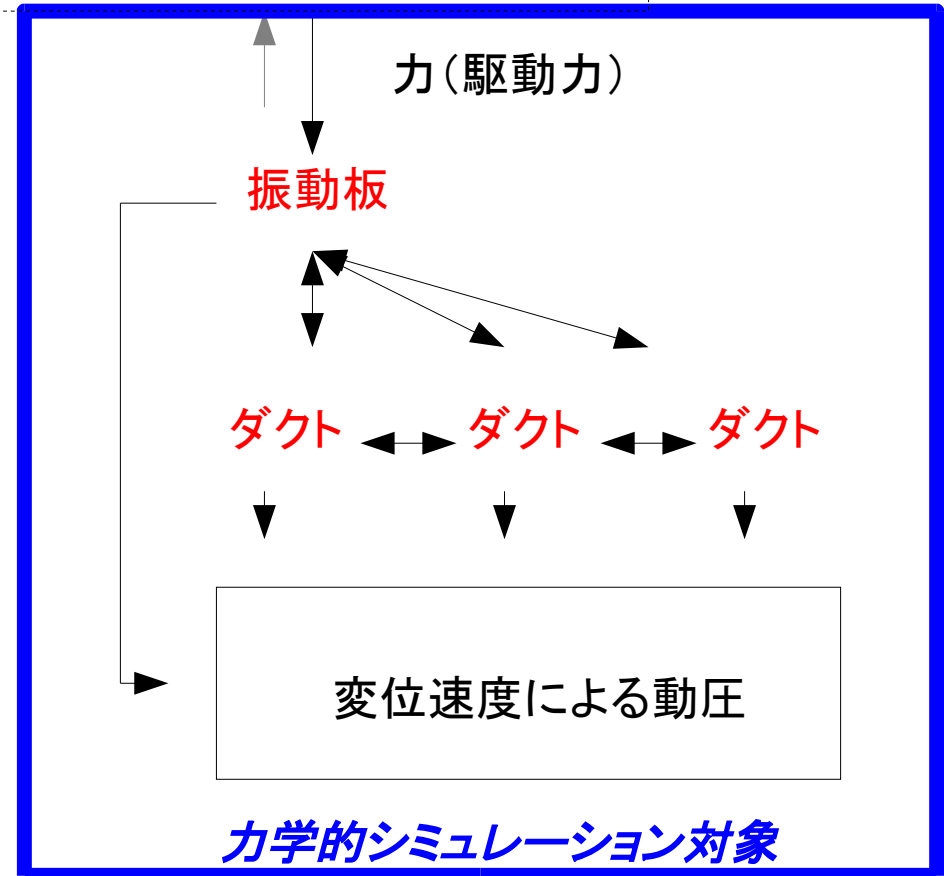
多自由度型バスレフシステムのシミュレーション (0)



前提条件

メインアンプは電圧を増幅するが、電流が不足すれば出力電圧が下がりリニアリティがなくなる。
ここでは、とりあえず理想のアンプとする。

電圧に応じた電磁力がリニアに出ると仮定する
(インピーダンスが一定でないのであり得ない)



多自由度型バスレフシステムのシミュレーション (1)

- 多自由度型バスレフの運動方程式は、差分形に書き直すことにより、初期条件以降を順次計算可能
- 上記は、MCAS, MCAP, AICC, CBS 等全てに適用可能
- Open Office のような表計算ソフトがあればシミュレーションが可能 (但し計算が非常に遅いので出来たらプログラムをコンパイルしたほうが良い)
- シミュレーションでは、各質点の変位を時系列に順次計算する (初期値問題なので簡単)
- 音圧は、変位と時間ステップ幅とから速度に換算してて動圧 $1/2 * \rho * v^2$ を計算し、dB に変換する

多自由度型バスレフシステムのシミュレーション (2)

強制振動運動方程式の行列表現

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{f}(\mathbf{t})$$

減衰項は無視する

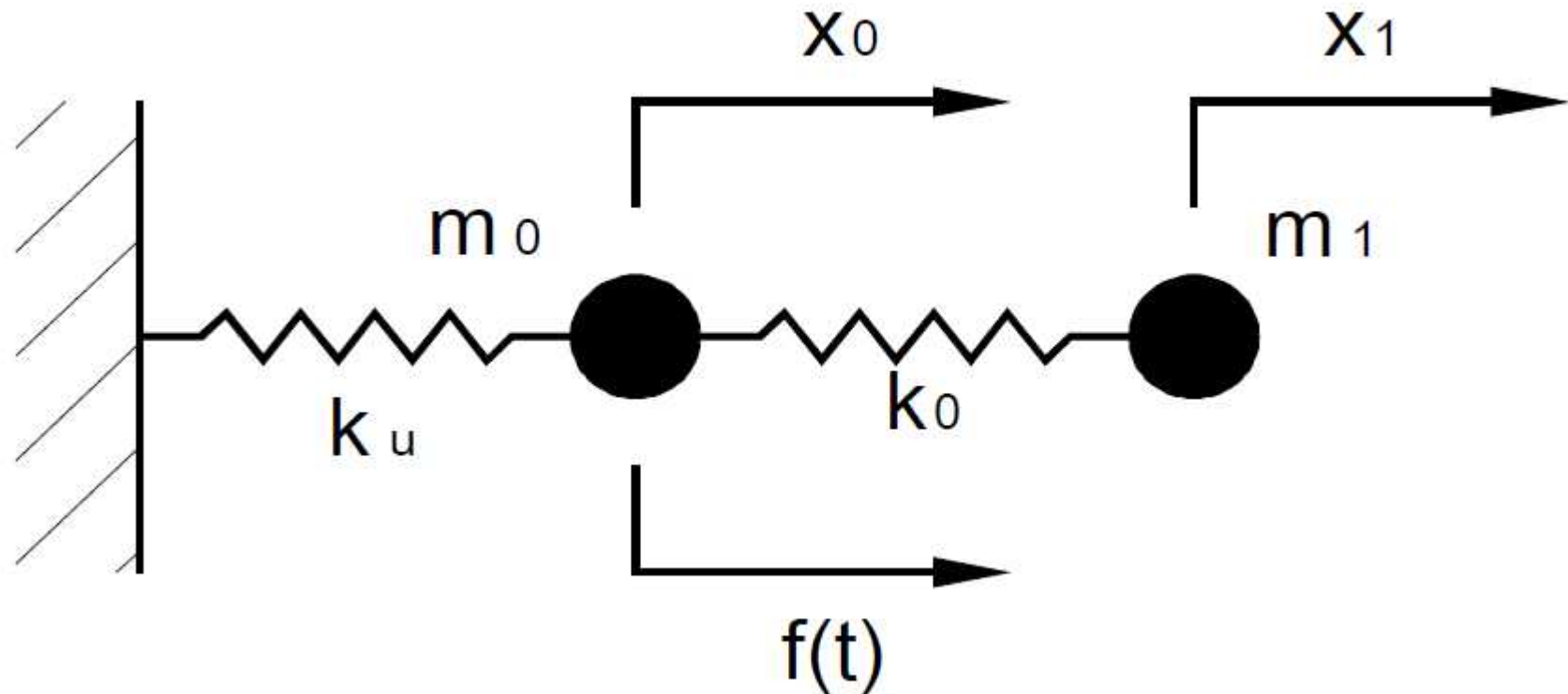
中央差分形で表した運動方程式

$$\mathbf{M} \frac{\mathbf{x}^{j+1} - 2\mathbf{x}^j + \mathbf{x}^{j-1}}{\delta^2} + \mathbf{C} \left(\frac{\mathbf{x}^{j+1} - \mathbf{x}^{j-1}}{2\delta} \right) + \mathbf{K}\mathbf{x}^j = \mathbf{f}(\omega \cdot \delta \cdot j)$$

減衰項は無視する

多自由度型バスレフシステムのシミュレーション (3)

シングルバスレフ型の力学モデル



注: x_0 、 $f(t)$ は逆方向を正としたほうが分りやすい
(ここでは振動板背面の位相と比較するために x_0 の正方向を上図のようにしている)

多自由度型バスレフシステムのシミュレーション (4)

シングルバスレフ運動方程式の漸化式表現

$$\begin{bmatrix} x_0^{j+1} \\ x_1^{j+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 - \frac{\delta^2(k_u + k_0)}{m_0} & \frac{\delta^2 r_1 k_0}{m_0} \\ \frac{\delta^2 k_0 r_1}{m_1} & 2 - \frac{\delta^2 r_1^2 k_0}{m_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0^j \\ x_1^j \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_0^{j-1} \\ x_1^{j-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\delta^2}{m_0} f^j \\ 0 \end{bmatrix}$$

↑
1ステップ先の
の変位

↑
現在の
の変位

↑
1ステップ前
の変位

↑
外力
(駆動力)

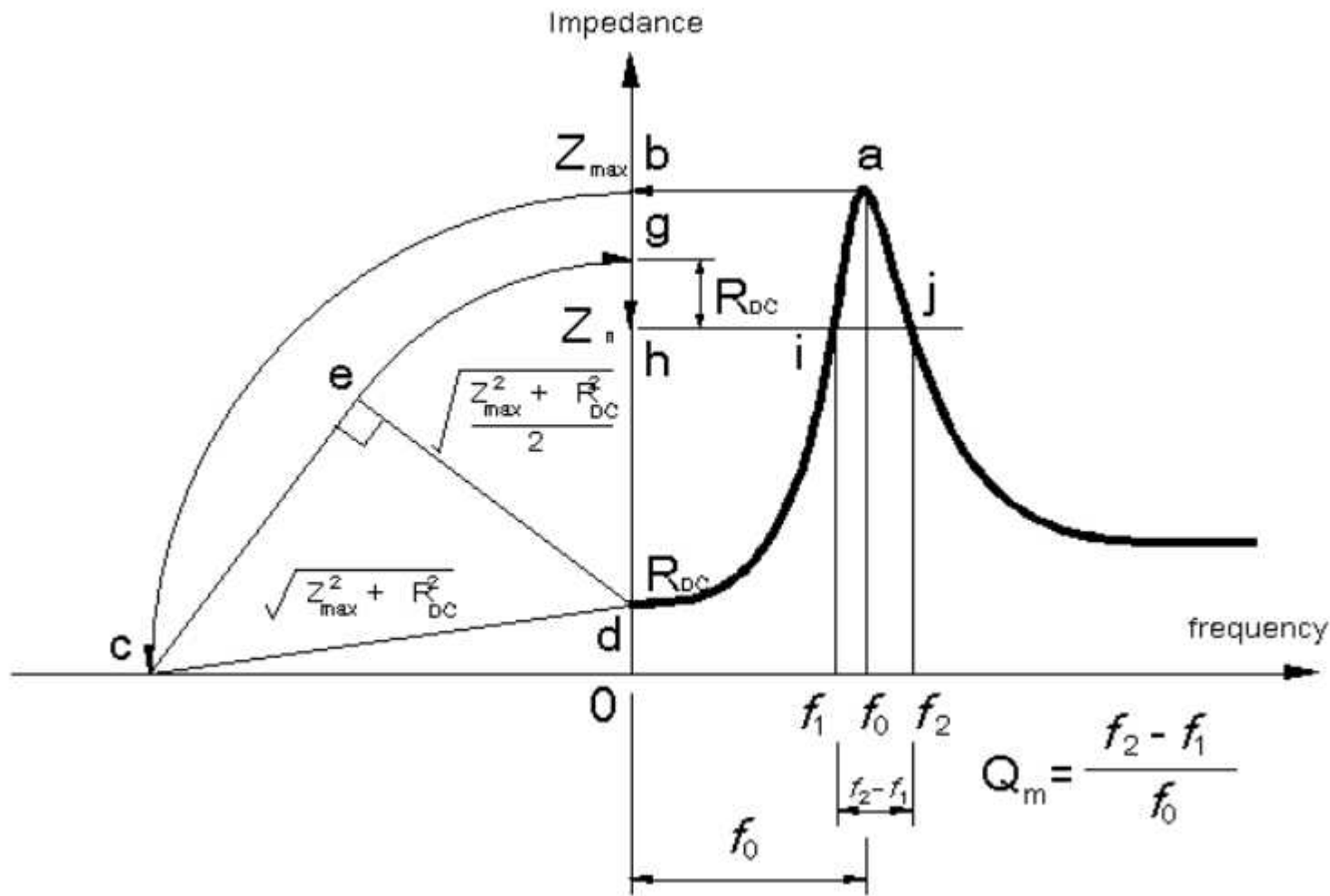
多自由度型バスレフシステムのシミュレーション (5)

力学的シミュレーションに必要なパラメータ

	シミュレーションに必要な物理量	スピーカーユニットのパラメータ
スピーカーユニット	(1) 振動板の実効質量 (2) スピーカーユニットのばね定数 (k_u)	m_0 f_0 $f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_u}{m_0}} \rightarrow k_u = 4\pi^2 f_0^2 m_0$
キャビネット	(1) スピーカーユニットから見た空気室のばね定数 空気室の容量 (V_0) スピーカーユニットの振動板実効面積 (2) ダクトから見た空気室のばね定数 ダクトの断面積 (3) ダクトに含まれる質点としての空気の質量 ダクトの断面積、長さ、空気密度で算定	a_0 必要な TS パラメータは 3 つだけ!

ちょっと脱線（共振峰先鋭度とは？）

Qm の定義式を図式化してみたが...



物理的意味が良く分らないが、機械的力学シミュレーションには使用しない定数
入力が変わっても Qm は変わらないのだろうか??

シングルバスレフのシミュレーション例 (1)

表 1 FE166 Σ の仕様

規格	値	備考
最低共振周波数	50[Hz]	
m_0	0.0069[kg]	6.9[g]
実効面積 a_0	0.013273[m ²]	実効振動半径=6.5[cm]

表 2 各パラメータの値

パラメータ	記号	値	単位
スピーカユニットの実効面積	a_0	0.01327	[m ²]
バスレフダクトの断面積	a_1	0.006600	[m ²]
ダクト面積の振動板面積に対する比	r_1	0.00497362	[-]
スピーカユニット振動系の実効質量	m_0	0.006900	[kg]
ダクト振動系の実効質量	m_1	0.001323	[kg]
スピーカユニットのばね定数	k_u	681.0	[N/m]
スピーカキャビネットのスピーカユニットに対するばね定数(括弧内は等温条件)	k_0	998.94 (713.53)	[N/m]
アンプの駆動力の振幅	f_A	0.1	[N]
離散時間の幅	δ	0.00001	[s]

シングルバスレフのシミュレーション例 (2)

ダクトの共振周波数の駆動力をかけてみると

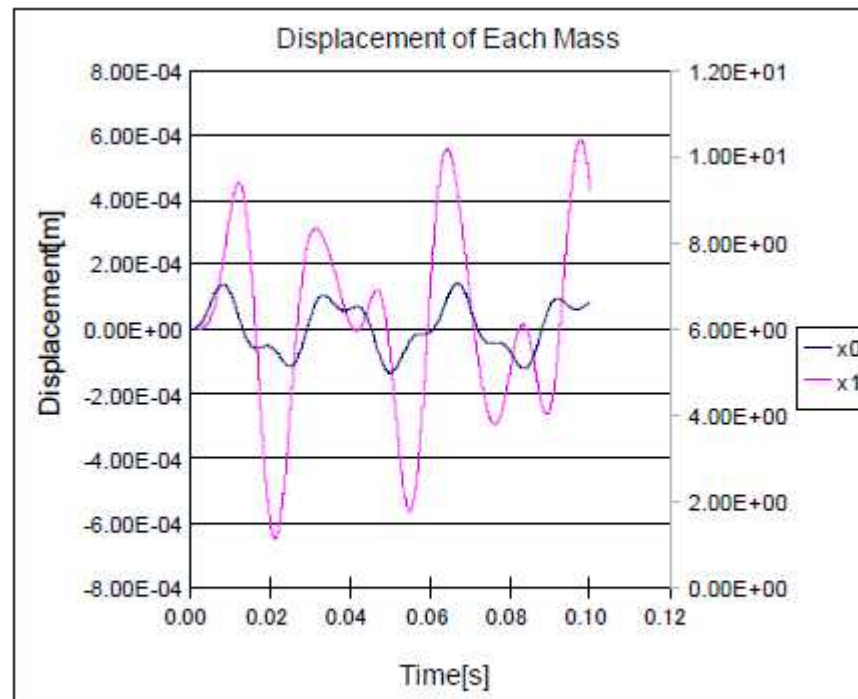


図 2A 各質点の時系列変位(58.1Hz)

正弦波の荷重をかけたのに波形はいびつになっている→こんなに歪んだ音を聞いていた？

シングルバスレフのシミュレーション例 (3)

ダクトの共振周波数より低い駆動力を加えると

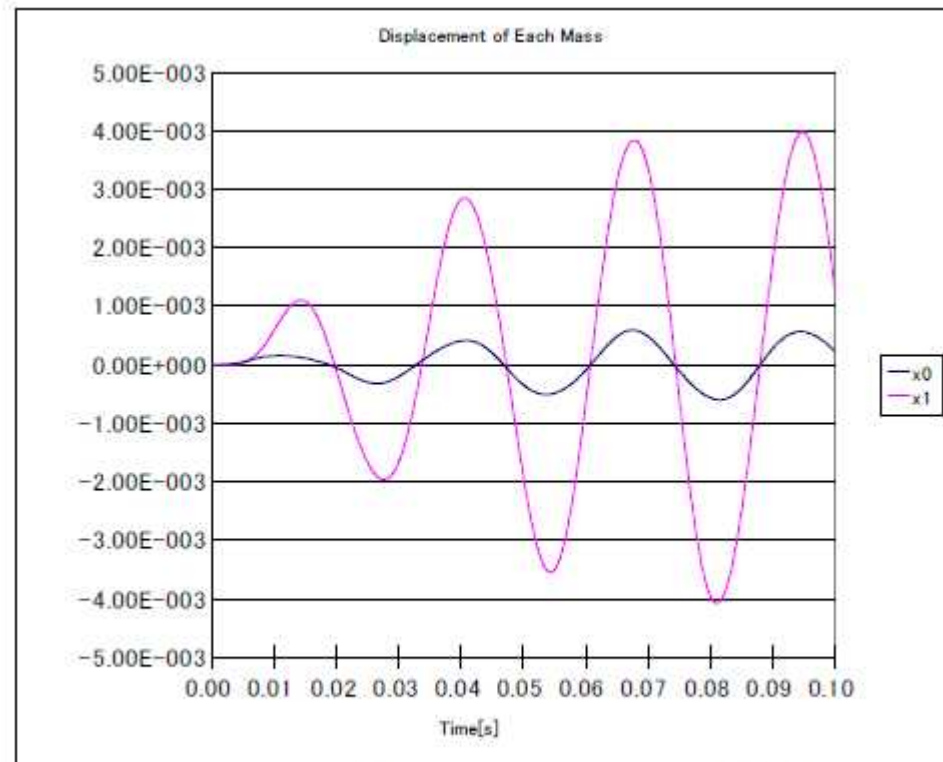


図 3A 各質点の時系列変位(40Hz)

ダクトから振動板背面の周波数成分が同じ位相で出てくる→常識通り

シングルバスレフのシミュレーション例 (4)

ダクトの共振周波数よりも高い駆動力を加えると

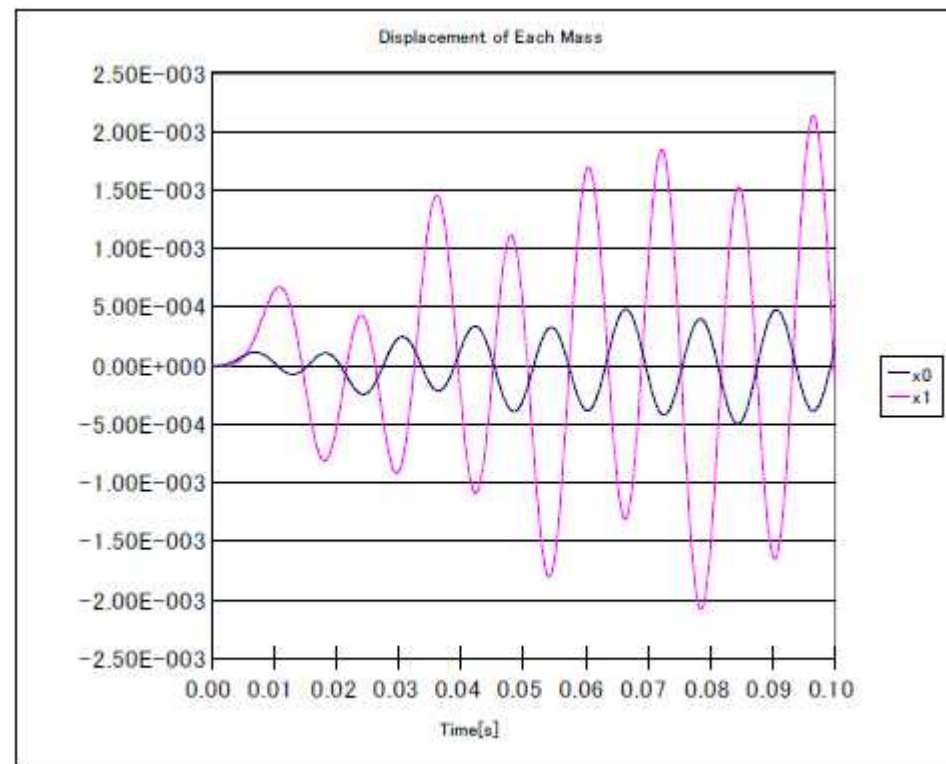
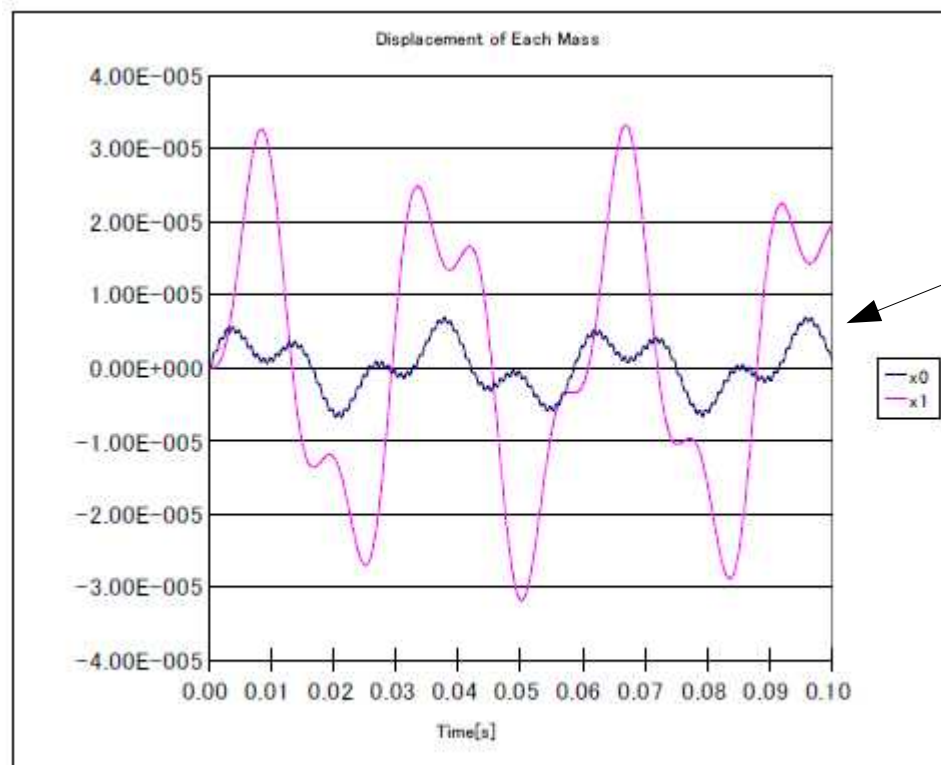


図 4A 各質点の時系列変位(80Hz)

位相が反転する→この周波数成分は**回収**できている
振動板に対してダクトの遅れは最初の 0.01 秒程度で後は半周スキップして追付いている

シングルバスレフのシミュレーション例 (5)

更に高い周波数を加えてみると



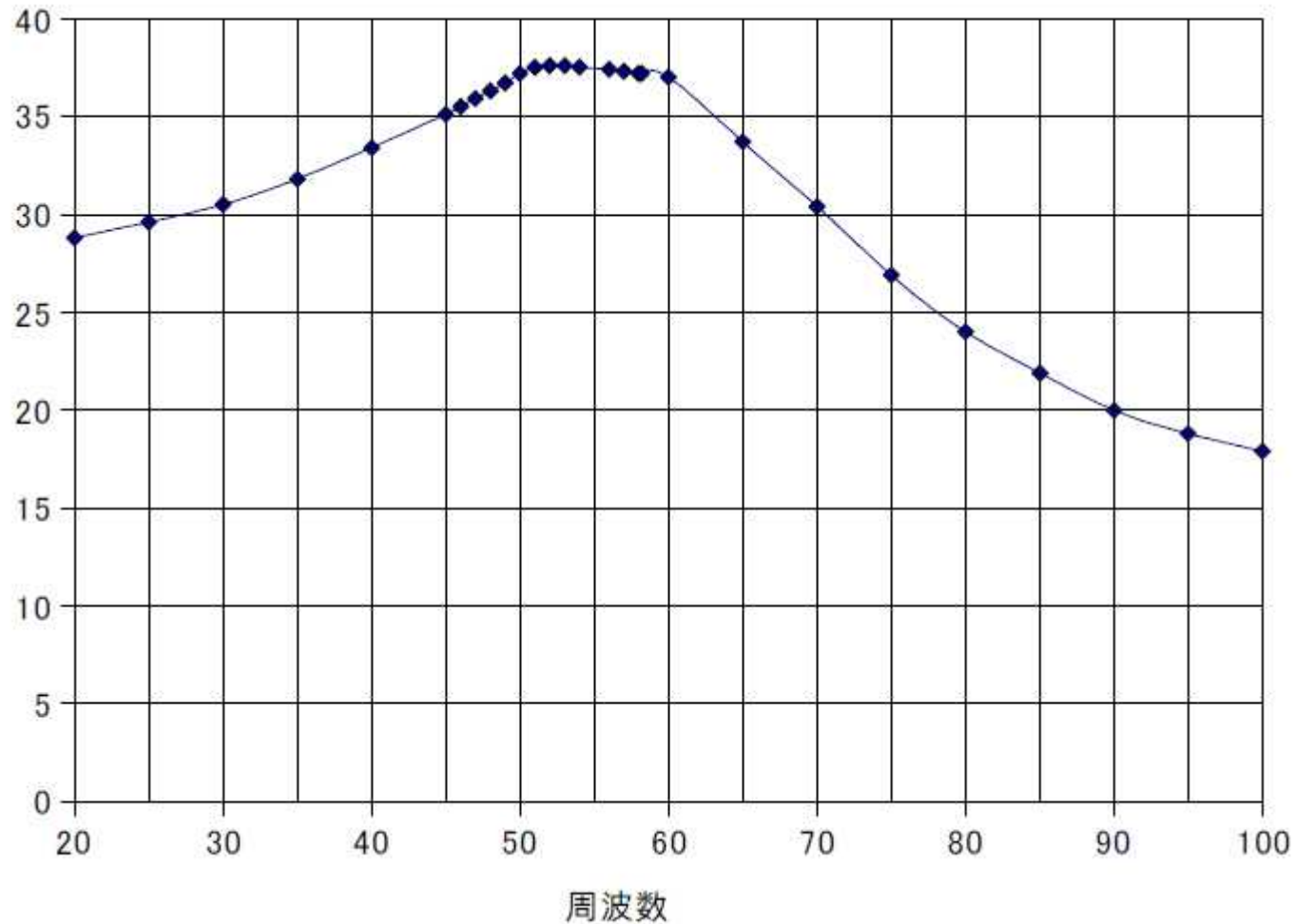
細かなギザギザ
が加振周波数

図 5A 各質点の時系列変位(1000Hz)

振動板やダクトが勝手に動いている→スピーカーはノイズを発生していた！（口径に応じたノイズ）

シングルバスレフのシミュレーション例 (6)

ダクトの音圧と振動板の音圧を比較してみると (面積を考慮しない場合)



やはり共振周波数付近では、ダクトからの音圧が高くなることが確認できる

まとめ

- 多自由度バスレフが研究されてこなかった理由？
- 従来のスピーカー理論は、十分に検証されてきたか？
- 力学的シミュレーションを進めると更に興味深い結果が得られそう
- 駆動側のシミュレーションも必要（今回のシミュレーションの対象外部分）。このときは別なTSパラメータを使用するはず。
- 実はスピーカーはノイズの発生源だったらしい